

Završni ispit iz predmeta
Diferencijalni račun funkcija jedne promjenljive
(09. 01. 2013.)

- (a) Za bilo koji broj $t \in \mathbb{R}$, kako definišemo $\cos t$ i $\sin t$?
(b) Precizno definisati funkciju arkus sinus ($\arcsin x$).
(c) Odrediti $\cos \frac{5\pi}{12}$, $\arcsin(-\frac{1}{\sqrt{2}})$, $\arccos 2$.
(d) Ako znamo da je $\operatorname{tg} \theta = 2$ i $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$, odrediti $\cos \theta$ i $\sin \theta$.
- (a) Neka je data realna funkcija $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$. Definirati graničnu vrijednost

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x).$$

- (b) Kada kažemo da je funkcija $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ neprekidna u tački $c \in \mathbb{R}$? Kada kažemo da je neprekidna na segmentu $[a, b]$?
(c) Odrediti da li su slijedeće funkcije neprekidne u tački $x = -2$:

$$f(x) = \frac{x^3 + 8}{x + 2}, \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 8}{x + 2}, & x \neq -2 \\ 5, & x = -2 \end{cases} \quad h(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 8}{x + 2}, & x \neq -2 \\ 12, & x = -2 \end{cases}$$

- (a) Neka je data realna funkcija $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$. Definirati prvi izvod funkcije f u tački $x \in (a, b)$.
(b) Geometrijska interpretacija izvoda.
(c) Vrijedi li izraz:

Ukoliko je funkcija neprekidna u tački $x \in (a, b)$, onda je ona i diferencijabilna u tački x ?

Obrazložiti!

- (a) Pojasniti primjenu diferencijalnog računa u određivanju lokalnih ekstrema realne funkcije $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$.
(b) Odrediti oblast definisanosti, intervale monotonosti i lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = \ln(x^2 - 1) + \frac{1}{x^2 - 1}$$