

**Finalni ispit iz predmeta
Diferencijalni račun funkcija jedne promjenljive**

7. januar 2014.

1. Za bilo koji broj $t \in \mathbb{R}$, kako definišemo $\cos t$ i $\sin t$? Navesti osobine obje funkcije, adicione formule i identitete uglova.
2. Precizno definisati hiperbolične funkcije $\sinh x$ i $\cosh x$ i navesti njihove osobine.
3. Neka je data realna funkcija $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$. Definirati graničnu vrijednost $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, te lijevu i desnu graničnu vrijednost $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$, tj. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$.
4. Kada kažemo da je funkcija $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ neprekidna u tački $c \in \mathbb{R}$? Kada kažemo da je neprekidna na *segmentu* $[a, b]$?
5. Odrediti da li su slijedeće funkcije neprekidne u tački $x = 1$:

$$f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2}, \quad g(x) = \begin{cases} \frac{\cos x - 1}{x^2}, & x \neq 0 \\ -\frac{1}{2}, & x = 0 \end{cases} \quad h(x) = \begin{cases} \frac{\cos x - 1}{x^2}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

6. Neka je data realna funkcija $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$. Definirati prvi izvod funkcije f u tački $x \in (a, b)$, navesti osobine prvog izvoda i dati geometrijsku interpretaciju izvoda.
7. Vrijedi li tvrđenje:

Funkcija jedne promjenljive $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ je diferencijabilna u tački $x = x_0$ ako i samo ako je neprekidna u x_0

8. Pojasniti primjenu diferencijalnog računa u određivanju lokalnih ekstrema realne funkcije $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$.
9. Odrediti domen, kodomen, intervale monotonosti i lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = \sqrt[3]{2x^2 - x^3}.$$

10. Pokazati da za funkciju $f(x, y) = \ln(x^2 + xy + y^2)$ vrijedi

$$(x, y) \cdot \nabla f(x, y) = 2.$$

Ime i prezime:..... Broj indexa:

Svima koji Božić slave po Julijanskom kalendaru, iskreno čestitamo praznik i izvinjavamo se na datumu ispita! Pazit ćemo da se to ne ponovi u budućnosti.