

Viša geometrija - dodatni popravni

6.7.2015.

Ispit traje 1,5 sat. Zabranjeno je napuštanje ispita u prvih 30 te u zadnjih 15 minuta trajanja ispita. Pisati isključivo hemijskom olovkom plave ili crne boje. Prepisivanje ili pokušaji varanja bilo kakve vrste povlače maksimalne posljedice.

1. (a) Aksiomi neprekidnosti.
(b) Ako je duž a manja od duži b , onda za svaku duž c postoje $m, n \in \mathbb{N}$ takvi da

$$a < \frac{m}{2^n} c < b.$$

Dokazati.

- (c) Dokazati da je Dedekindov princip za pravu ekvivalentan aksiomima neprekidnosti.
2. (a) Navesti aksiom paralelnosti. Navesti V Euklidov postulat.
(b) Dokazati iskaz: Kroz tačku koja ne pripada datoj pravoj, uvijek prolazi jedna i samo jedna prava paralelna datoj pravoj. Šta ovaj rezultat implicira?
(c) Dokazati da ako se V Euklidov postulat uzme za aksiom, vrijedi aksiom paralelnosti.
3. (a) Aksiom Lobačevskog. Objasniti po čemu se hiperbolička geometrija razlikuje od euklidske i dati kratki opis teorije. Navesti ekvivalente aksioma Lobačevskog i dokazati bar 4 od njih.
(b) U hiperboličkoj ravni postoji jedinstvena prava upravna na jednom kraku, a paralelna sa drugim krakom oštrog ugla.
(c) Dokazati da postoji jedinstvena prava upravna na dvjema međusobno hiperparalelnim pravama a i b . Šta je upravna projekcija prave a na pravu b ?
4. (a) Opisati Poincareov disk model hiperboličke planimetrije.
(b) Dokazati da je u Poincareovom disk modelu zadovoljen Paschov aksiom.
(c) Dokazati da je u Poincareovom disk modelu zadovoljen aksiom Lobačevskog.
5. Definisati detaljno diferencijalnu mnogostrukost \mathcal{M} dimenzije m . Definisati tangentni vektor u tački $p \in \mathcal{M}$, tangentni prostor u tački $p \in \mathcal{M}$ i tangentni snop na mnogostrukosti \mathcal{M} (prije svega obavezno definisati tangentnost na mnogostrukostima!). Koji je najvažniji rezultat vezan za $T_p\mathcal{M}$?

Ime i prezime studentice/studenta :

Broj indeksa :